

基于主动失谐优化的叶轮瞬态加减速振动抑制

欧阳罗辉, 尚海, 毕庆贞
(上海交通大学机械与动力工程学院, 上海 200240)

摘 要: 提出了一种基于主动失谐优化的叶轮瞬态加减速振动抑制方法。首先建立了瞬态加减速激励下的叶轮降阶模型, 获得了表征失谐对瞬态振幅影响的失谐放大因子。然后基于降阶模型, 采用蒙特卡洛仿真快速计算了一系列瞬态激励下失谐放大因子的概率密度分布, 结果表明: 失谐放大因子在大多数瞬态激励下受到随机小失谐的影响大于在稳态激励下受到的影响, 且在快加速激励时对小量级的失谐更加敏感。采用基于遗传算法的智能优化方法获得了最优主动失谐。采用最优主动失谐后的叶轮在受到 1% 随机失谐后失谐放大因子的均值及标准差相比于无主动失谐时分别降低了 25.6% 和 85.2%, 因此优化得到的最优主动失谐能有效地抑制瞬态加减速振动, 并具有良好的鲁棒性。

关 键 词: 失谐叶轮; 主动失谐; 振动抑制; 瞬态加减速振动; 降阶模型; 智能优化
中图分类号: V231.92 **文献标志码:** A

Transient vibration suppression of blisk based on optimizing intentional mistuning

OUYANG Luohui, SHANG Hai, BI Qingzhen
(School of Mechanical Engineering,
Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

Abstract: A transient vibration suppression method of blisk based on optimizing intentional mistuning was proposed. First, a reduced order model of the blisk under transient acceleration or deceleration excitation was established, and the amplification factor representing the effect of the mistuning on the transient vibration was obtained. Then, based on the reduced order model, the probability density distribution of the amplification factors under a series of transient excitations was quickly calculated by Monte Carlo simulation. The results showed that the amplification factor was more affected by small level of random mistuning under transient excitations than under stationary excitations in most cases, and was more sensitive to the small level of random mistuning during fast acceleration excitation. Finally, an intelligent optimization method based on genetic algorithm was used to obtain the optimal intentional mistuning. The mean value and standard deviation of the amplification factors under the effect of 1% random mistuning with optimal intentional mistuning were reduced by 25.6% and 85.2%, respectively, compared with those without intentional mistuning. So, the optimized optimal intentional mistuning can effectively sup-

收稿日期: 2021-01-10

基金项目: 国家自然科学基金(51875357)

作者简介: 欧阳罗辉(1992—), 男, 博士, 主要从事叶轮结构动力学研究。

通信作者: 毕庆贞(1979—), 男, 研究员、博士生导师, 博士, 主要从事航空航天智能制造、叶轮动力学方面的研究。

E-mail: biqz@sjtu.edu.cn

引用格式: 欧阳罗辉, 尚海, 毕庆贞. 基于主动失谐优化的叶轮瞬态加减速振动抑制[J]. 航空动力学报, 2022, 37(2): 241-250. OUYANG Luohui, SHANG Hai, BI Qingzhen. Transient vibration suppression of blisk based on optimizing intentional mistuning [J]. Journal of Aerospace Power, 2022, 37(2): 241-250.

press the transient acceleration or deceleration vibration and has good robustness.

Key words: mistuned blisk; intentional mistuning; vibration suppression; transient vibration; reduced order model; intelligent optimization

航空发动机叶轮虽然在设计阶段将各个扇区设计成一致的几何和动力学特性,然而由于制造过程或使用中的磨损等会不可避免地带来随机误差,从而实际服役中的叶轮往往是失谐的^[1]。这种随机失谐虽然量级较小,为1%~3%,但由于破坏了原有调谐叶轮的对称特性,会形成明显的振动局部化,显著提高强迫振动的幅值^[2],并导致叶片高周疲劳失效,甚至发动机故障^[3-4]。

目前研究人员对稳态激励下的失谐效应进行了许多研究^[5-7],并通过定义叶轮的失谐后最大振幅与调谐最大振幅之比为失谐放大因子,来描述稳态激励中失谐带来的振动放大效应^[8]。叶轮在实际运行中,除了受到恒定频率的稳态激励外,还会经历频繁的加减速瞬态激励过程,并形成短暂的瞬态振动响应,但目前对于瞬态振动的研究较少。近年有学者发现,在瞬态加速激励下,瞬态最大振幅可能会超过稳态最大振幅^[9],因此瞬态振动越来越受到关注^[10-12]。

为了抑制随机失谐对叶轮强迫振动的放大效应,需要在使用阶段或者设计阶段对叶轮进行振动抑制。对于在使用阶段的已失谐叶轮,其振动放大效应可以通过额外的阻尼器进行振动的耗散从而抑制^[13-14],或是通过辅助的压电材料进行振动的能量转换从而抑制^[15-16]。以上的两种抑振方式需要通过额外的辅助装置或材料进行抑振,存在大量的非线性因素,不易进行控制和分析研究,且无法在设计阶段就进行分析和考虑。

人为的主动失谐是一种在设计阶段就对随机失谐进行控制的有效策略,它通过在理想设计的调谐叶轮中人为加入特定较大量级的主动失谐模式,使叶轮对加工之后可能出现的小量级随机失谐不敏感,从而使叶轮更具鲁棒性能^[17]。近些年学者们提出了几种典型的主动失谐模式,如谐波失谐^[18]、交替失谐^[19]、线性失谐^[20]和周期失谐^[21-22]等。这些主动失谐模式在稳态激励下得到了广泛的研究^[23-25],而在瞬态加减速激励下的强迫振动方面,这些典型主动失谐模式的作用是否仍然有效还不清楚,此外需要研究是否有其他更优的主动失谐模式,能更好抑制瞬态加减速振动并提升叶轮对随机失谐的鲁棒性。

与现有工作相比,本文具有以下优点:首先,通过降阶方法将叶轮有限元模型的失谐放大因子的计算量极大地减少为叶片数。其次,研究了叶轮瞬态加减速振动对随机失谐的敏感度,并基于智能遗传算法获得了针对瞬态振动抑制的最优主动失谐。

本文通过主动失谐优化方法对叶轮降阶模型的瞬态加减速振动进行抑制。在文中第1节,推导出了失谐叶轮的降阶模型,以描述瞬态和稳态激励下的失谐放大因子。并通过叶轮有限元模型对降阶模型进行了验证。在文中第2节,利用降阶模型的蒙特卡洛仿真(Monte Carlo simulation, MCS)快速计算了一系列加速激励下失谐放大因子的概率密度分布,并分析了四种典型主动失谐对随机失谐的敏感度,最后采用基于遗传算法的智能优化方法获得对瞬态失谐放大因子的最优主动失谐,从而实现瞬态强迫振动在设计阶段的主动抑振。

1 失谐叶轮瞬态失谐放大因子的阶模型

对于 N 个扇区的失谐叶轮有限元模型,在经历加减速激励时将发生瞬态响应,其动力学方程如下式。为简化分析,假设只存在频率失谐。

$$M\ddot{X}(t) + C\dot{X}(t) + KX(t) = \bar{F}f(t) \quad (1)$$

其中 M 、 C 和 K 分别是叶轮有限元模型的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵, X 是有限元模型的所有自由度(设自由度数为 n)的位移向量, t 表示时间。 f 表示加速激励力 $f(t) = \exp(iart^2/2)$,其中 i 是复数单位, r 是激励力的引擎阶次, a 是加速度值。

根据行波激励力的定义,激励力的相位向量 $\bar{F}$ 可以表示成单个扇区力相位向量与傅里叶向量的克罗内克积, $\bar{F} = e_{r'} \otimes f_s$ 。其中 $e_{r'}$ 为傅里叶矩阵 E 的第 r' 列,对应的是 r 阶引擎阶次。 $\otimes$ 表示克罗内克积, f_s 表示一个扇区的力相位向量。当引擎阶次 r 介于 $0 \sim N/2$ (叶片数为奇数对应 $0 \sim (N-1)/2$)时, $r' = r + 1$;当引擎阶次 r 介于 $(N/2 + 1) \sim N$ (叶片数为奇数对应 $((N-1)/2 + 1) \sim N$)时, $r' = N - r + 1$;不失一般性,高阶的引擎阶次

与傅里叶矩阵列数之间的关系不再叙述。傅里叶矩阵 E 的具体表达式如下:

$$E = [e_1, e_2, \dots, e_N] = \{e_{jk}\} = \left\{ \frac{1}{\sqrt{N}} e^{i \frac{2\pi}{N} (j-1)(k-1)} \right\} \quad (2)$$

其中 $j, k = 1, 2, \dots, N$ 。

基于 Yang 等^[26]提出的 SNM(subset of nominal modes)降阶方法,如果叶轮模态频率族之间相互分离不相交,可通过使用一族的叶轮模态来减小有限元模型方程的维数,由于叶轮加减速穿过的往往是低阶固有频率带,从而可以采用调谐叶轮的第一族模态进行模态分解

$$\underset{n \times 1}{X}(t) \approx \underset{n \times N}{\Phi} \underset{N \times 1}{q}(t) \quad (3)$$

其中矩阵或向量的维数在符号的下面表示。 n 是有限元模型的总自由度数, N 是叶轮的扇区数, Φ 是调谐叶轮的第一族复模态组成的矩阵, q 是模态位移。

对式(1)左乘 Φ^H , 从而可获得如下表达式:

$$\Phi^H M \Phi \ddot{q}(t) + \Phi^H C \Phi \dot{q}(t) + \Phi^H K \Phi q(t) = \Phi^H \bar{F} f(t) \quad (4)$$

其中上标 H 表示矩阵的复共轭转置

注意到模态矩阵 Φ 对质量矩阵归一化, 即

$$\Phi^H M \Phi = I \quad (5)$$

其中 I 为单位矩阵。

此外,根据 Feiner 等^[27]提出的 FMM(fundamental mistuning model)降阶方法,对于给定的扇区频率失谐向量, $\Delta\omega = [\Delta\omega_0, \Delta\omega_1, \dots, \Delta\omega_{N-1}]^T$, 该扇区频率失谐量为通过对失谐后的叶轮单扇区进行循环扩展获得新的“假想调谐叶轮”与原调谐叶轮的频率相对误差。从而可以将模态刚度表示成

$$\Phi^H K \Phi = \Lambda + 2\omega_{\text{avg}}^2 \bar{\Omega} \quad (6)$$

其中 Λ 是叶轮失谐后系统特征值组成的对角矩阵, ω_{avg} 是调谐叶轮系统频率的平均值, $\bar{\Omega}$ 是表征失谐量的循环矩阵。

$$\bar{\Omega} = \begin{bmatrix} \bar{\omega}_0 & \bar{\omega}_1 & \cdots & \bar{\omega}_{N-1} \\ \bar{\omega}_1 & \bar{\omega}_2 & \cdots & \bar{\omega}_{N-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{\omega}_{N-1} & \bar{\omega}_{N-2} & \cdots & \bar{\omega}_0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

其中 $\bar{\omega}_j$ 是扇区频率失谐向量的第 j 阶离散傅里叶变换量^[27]

$$\bar{\omega}_j = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} e^{i \frac{2\pi}{N} jk} \Delta\omega_k \quad (8)$$

此外,只考虑结构阻尼,其模态表示形式假设成对角矩阵形式。

$$\Phi^H C \Phi = \hat{C} = \text{Diag}\{2\xi_j \omega_j\} \quad (9)$$

其中 $\text{Diag}\{\}$ 是对角矩阵表达形式。 ξ_j 是系统第 j 阶模态下的阻尼比, ω_j 是系统第 j 阶模态下的固有频率。此外,基于调谐叶轮模态矩阵的循环对称特性^[28], $\Phi = (E \otimes I) \text{Bdiag}\{\varphi_j\}$, 其中 $\text{Bdiag}\{\}$ 是块对角矩阵。 φ_j 为扇区模态矩阵的第 j 列向量, 对应扇区模型第一族模态中的第 j 次谐波。从而可以将模态力简化成

$$\begin{aligned} \Phi^H \bar{f} &= [(E \otimes I) \text{Bdiag}\{\varphi_j\}]^H (e_{r'} \otimes f_s) = \\ &(\text{Bdiag}\{\varphi_j\})^H (E^H \otimes I) (e_{r'} \otimes f_s) = \\ &(\text{Bdiag}\{\varphi_j\})^H (i_{r'} \otimes f_s) = \gamma i_{r'} \end{aligned} \quad (10)$$

其中 $i_{r'}$ 是单位矩阵 I 的第 r' 列, 对应于第 r 阶引擎阶次。对于线性系统,在不失一般性的前提下,对力进行了归一化,使得 $\gamma=1$ 。因此式(4)可以简化成如下所示:

$$\ddot{q}(t) + \hat{C} \dot{q}(t) + (\Lambda + 2\omega_{\text{avg}}^2 \bar{\Omega}) q(t) = i_{r'} f(t) \quad (11)$$

从而可以将系统中方程的维数从 n 减少到 N 。

通过求解上式的降阶方程,可以得到模态空间中在瞬态加减速激励下的模态位移 $q(t)$ 。从而物理空间的瞬态响应可以通过式(3)获得。

通过引入一个无量纲的失谐放大因子 β , 来表征瞬态强迫激励时失谐对叶轮最大振幅的影响。其定义为,在加减速瞬态激励下的失谐叶轮最大振幅与调谐叶轮最大振幅之比。

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{\left\| \max_t |X(t)| \right\|_{\infty}}{\left\| \max_t |X^0(t)| \right\|_{\infty}} \approx \frac{\left\| \max_t |\Phi q(t)| \right\|_{\infty}}{\left\| \max_t |\Phi q^0(t)| \right\|_{\infty}} = \\ &\frac{\left\| \max_t |(E \otimes I) \text{Bdiag}\{\varphi_j\} q(t)| \right\|_{\infty}}{\left\| \max_t |(E \otimes I) \text{Bdiag}\{\varphi_j\} q^0(t)| \right\|_{\infty}} \end{aligned} \quad (12)$$

其中上标 0 表示调谐叶轮的值。 $\|\cdot\|_{\infty}$ 表示向量的无穷范数。通过 FMM 方法中的假设^[27]可知,所有节径的各扇区模态之间可以认为是相同的。从而上式可以简化为

$$\beta \approx \frac{\left\| \max_t |E q(t)| \right\|_{\infty}}{\left\| \max_t |E q^0(t)| \right\|_{\infty}} \quad (13)$$

以上推导公式亦可以推广到稳态激励,即当激励力为稳态激励时 $f(t) = \exp(i\omega t)$, 其中 ω 是

激励的角频率。通过定义 α 为稳态激励下的失谐叶轮的最大振幅与调谐叶轮的最大振幅之比。省略类似的推导过程,可以得到其降阶后的计算公式。

$$\alpha = \frac{\left\| \max_{\omega} \max_t |X(\omega, t)| \right\|_{\infty}}{\left\| \max_{\omega} \max_t |X^0(\omega, t)| \right\|_{\infty}} = \frac{\left\| \max_{\omega} |X(\omega)| \right\|_{\infty}}{\left\| \max_{\omega} |X^0(\omega)| \right\|_{\infty}} \approx \frac{\left\| \max_{\omega} |Ep(\omega)| \right\|_{\infty}}{\left\| \max_{\omega} |Ep^0(\omega)| \right\|_{\infty}} \quad (14)$$

需要注意到在稳态激励下,强迫振动响应的振幅不随时间变化,而是保持恒定。且上式中的 p 为稳态激励下的模态位移。

从而只要知道叶轮在调谐状态下的系统第一族固有频率以及阻尼比,以及每个扇区的频率失谐向量,就可以获得失谐叶轮的降阶模型,从而快速计算得到其瞬态下的失谐放大因子。

以图 1 所示的叶轮有限元模型为例,叶轮的关键几何参数如下:轮盘是外径为 80 mm、内径为 20 mm 和厚度为 10 mm 的环形结构,叶片尖端位于直径为 160 mm 的圆上,叶片的宽度和厚度分别为 34 mm 和 5 mm。材料选为铝合金,其密度为 2770 kg/m^3 ,弹性模量为 71 GPa。通过网格划分,可以获得 11 105 个节点,其第一族固有频率可以通过 ANSYS 仿真获得,并在图中展示,其第二族固有频率与第一族相互分离,没有显示在图中。

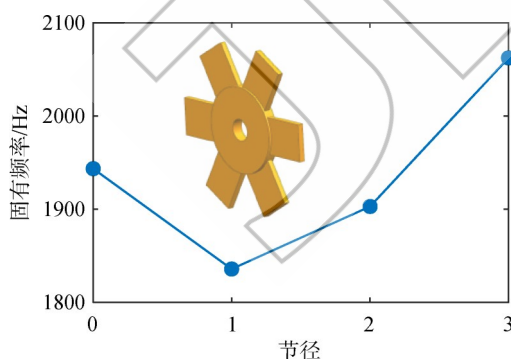


图 1 用于验证的叶轮及其各节径下的频率

Fig.1 Blistk for validation and its frequencies in different nodal diameters

对上述叶轮模型通过改变各扇区的弹性模量来实现频率失谐,设定频率失谐的量级(即标准差)为 1%,由于弹性模量的改变量为频率的改变量的 2 倍,因此给定 2% 量级的扇区弹性模量随

机失谐。

此外,根据作者已有的研究工作^[12],叶轮在瞬态加减速振动中的无量纲特征参数 μ 能唯一反映瞬态最大振幅,其由叶轮固有频率 ω_n 、阻尼比 ξ 以及激励的加速度 a 和引擎阶次 r 组成。

$$\mu = \frac{\omega_n \xi}{\sqrt{ar}} \quad (15)$$

因此设定验证中的加速度为 555.34 rad/s^2 ,引擎阶次设置为 1,阻尼比设置为 0.2%,从而使得无量纲瞬态特征参数 μ 值为 1。通过 ANSYS 仿真获得瞬态激励下的失谐放大因子为 1.206(理论值),而通过本节提出的降阶方法求出的失谐放大因子为 1.222,降阶方法的相对误差为 1.33%,可以认为降阶模型能有效地表示原有限元模型。

2 叶轮瞬态加减速振动的人工失谐优化

2.1 叶轮对随机失谐的敏感度

为了反映随机失谐对叶轮的影响,需要分析不同量级的随机失谐对叶轮的振动(通过失谐放大因子反映)的敏感性。蒙特卡洛仿真是一种有效进行敏感度分析的方法,并且通过上一节的模型降阶方法,可以大幅降低每一次随机失谐下有限元模型失谐放大因子的计算时间。

为了进一步加快 MCS,通过假设其分布满足正态分布并通过 1% 置信度的卡方检验进行验证分布,从而可以使得较低次数的 MCS 与较高次数的仿真具有相近的分布参数。图 2 比较了瞬态特征参数 μ 值为 0.5 时,100 次和 10 000 次 MCS 的原始数据分布及拟合分布图。

可以看出两种拟合的概率密度曲线较为相近,其中 10 000 次 MCS 结果的均值为 1.266 7,标准差 σ 为 0.137 0,从而根据“3 σ 法则”得到 99.74% 概率的 3 σ 区间为 [0.855 7, 1.677 7],而 100 次快速 MCS 结果的均值为 1.270 5,标准差为 0.131 6,以及 3 σ 区间为 [0.875 7, 1.665 3],1% 置信度的卡方检验接受两种分布均为正态分布。采用快速 MCS 后的均值相对误差为 0.3%,标准差的相对误差为 -3.9%,分布区间的下界的相对误差为 2.3%,上界的相对误差为 -0.7%。虽然标准差的相对误差较大,但是由于对于该分布结果更关注均值,以及 99.74% 概率的 3 σ 区间,以及后续用于分析的三种不同加减速激励及一种稳态激励下的快速 MCS 的相对误差为可接受范围,故可接受

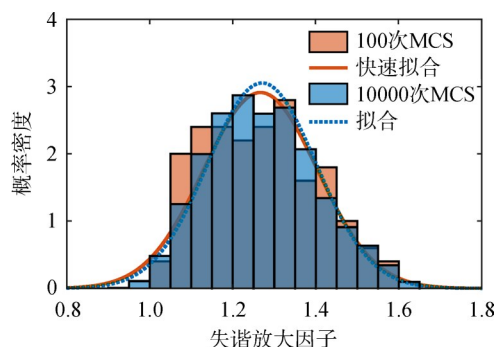


图2 对比100次与10 000次MCS的概率密度分布结果对比($\mu=0.5$)

Fig.2 Comparison of results of the probability density distribution between 100 MCS and 10 000 MCS ($\mu=0.5$)

采用快速MCS进行后续的分析。

本论文仿真中采用了三种不同的加速激励水平:慢加速($\mu=1$)、中等加速($\mu=0.5$)、快加速($\mu=0.25$),以及一种稳态激励情况(即 $\mu=\infty$,或者称为零加速激励)。图3表明了不同加速激励水平时调谐叶轮瞬态振动的频域振幅图。

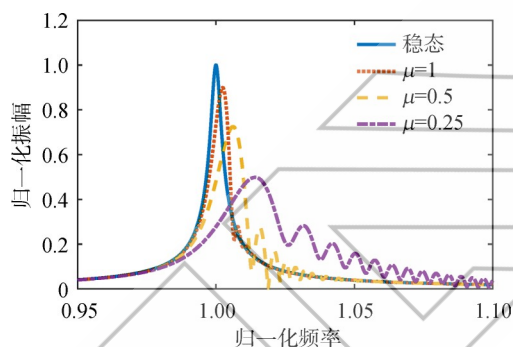


图3 不同瞬态特征参数值 μ 下的瞬态振动响应图
Fig.3 Transient response in different transient parameter μ

其中横坐标对其固有频率进行了归一化,纵坐标对其稳态激励的最大振幅进行了归一化。从图中也可以推断出瞬态特征值越小(对应加速越快),瞬态最大振幅越小。

为了分析失谐后的失谐放大因子对失谐的敏感度,首先分析1%失谐量级下的敏感度,以FMM降阶法中定义的频率失谐进行失谐的引入,通过100次快速MCS,获得如图4所示的不同加速激励水平下的概率密度分布图。

从而可以得到以下结果:对于稳态激励,其分布的均值为1.175 0,标准差为0.094 9,从而其满足 3σ 准则且置信度为99.74%的分布区间为[0.890 3, 1.459 7];对于慢加速激励($\mu=1$),失谐

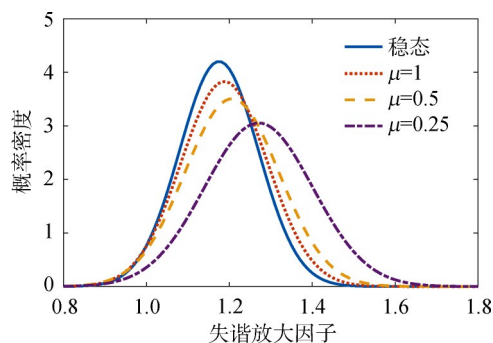


图4 1%随机失谐量级下的不同瞬态 μ 值的失谐放大因子概率密度分布图

Fig.4 Probability density distribution of transient mistuned amplification in different μ values with 1% random mistuning level

放大因子分布的均值为1.206 1,标准差为0.113 8,分布区间为[0.864 7, 1.547 5];对于中等加速激励($\mu=0.5$),失谐放大因子分布的均值为1.270 5,标准差为0.131 6,分布区间为[0.875 7, 1.665 3];对于快加速激励($\mu=0.25$),失谐放大因子分布的均值为1.380 8,标准差为0.141 1,分布区间为[0.957 5, 1.804 1]。并且可以发现,加速越快(或 μ 值越小),失谐放大因子的均值越大且分布区间越宽,即叶轮对随机小失谐的敏感性越大。增大加速度后要注意叶轮对随机小失谐的敏感度也同时增加。

图5分析了不同频率失谐量级(1%、2%、3%、4%、5%)下、不同加速情况(对应 μ 值为0.5、1、1.5)及稳态(对应 μ 值为 ∞)下的失谐放大因子的分布情况,图5(a)为失谐放大因子概率密度分布的均值,图5(b)为失谐放大因子概率密度分布的标准差。此外,当失谐量级为0%时,叶轮为调谐状态,此时失谐放大因子为1,其分布的均值为1,标准差为0。当加速度无穷大时,叶轮的瞬态响应为0,故失谐放大因子的分布的均值设为1,标准差设为0。

从图中可以发现,对于文中第1节中提出的叶轮模型,其失谐放大因子在大多数瞬态加速激励下受到随机小失谐的影响大于其在稳态激励下受到的影响,只有在 μ 值特别小(小于0.25,对应加速度很大)时稳态激励下的失谐放大因子受随机小失谐的影响更大,因为此时加速度很大,加速穿过共振带时的瞬态振动很小,从而失谐带来的影响比较小。此外,无论是失谐放大因子分布的均值还是标准差,各失谐量级下的趋势均为先快速增加,达到峰值时缓慢衰减。在小 μ 值($\mu=$

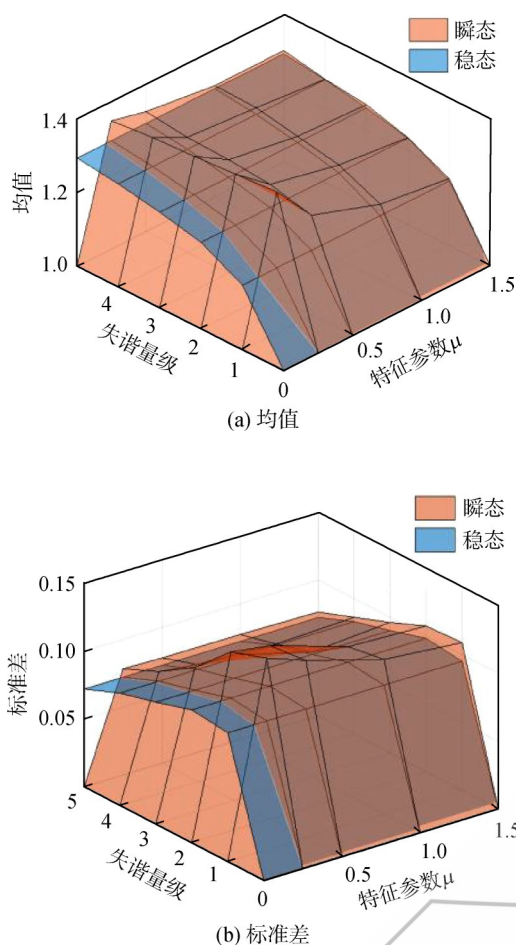


图5 不同随机失谐量级、不同加速情况下的失谐放大因子概率密度分布的参数

Fig.5 Parameters for probability density distribution of mistuned amplification in different random mistuning levels and different accelerations

0.25)、小失谐量级(1%~2%)时均值和标准差均达到峰值,说明该叶轮模型对小量级的失谐十分敏感。更进一步地,当瞬态特征参数 μ 值增大时,在瞬态激励下失谐放大因子分布的均值和标准差分别逐渐趋向于稳态激励下的均值与标准差。

2.2 典型主动失谐叶轮对随机失谐的敏感度

为了抑制失谐叶轮对随机失谐的敏感性,可采用主动失谐施加在原设计叶轮上,从而提高其鲁棒性。传统上,对于稳态激励,一些典型主动失谐模式可以有效地抑制随机失谐对叶轮的影响。然而,目前尚不清楚它们是否仍会在瞬态激励下起到同样的作用。本节对这一问题进行了研究。

首先采用了四种典型的主动失谐模式,如图6所示。它们分别是二次谐波主动失谐、交替主动失谐、线性主动失谐和一周期方波主动失谐。

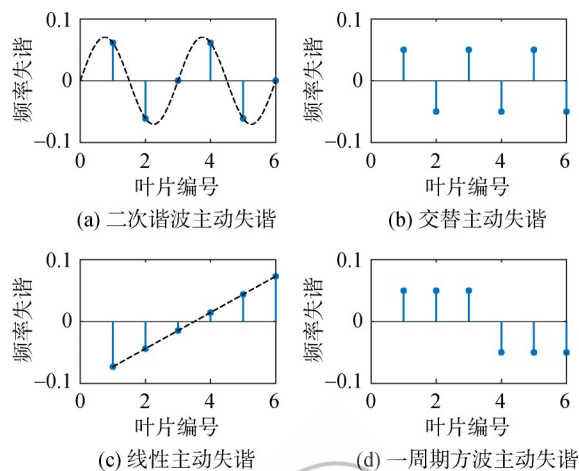


图6 典型主动失谐模式

Fig.6 Typical intentional mistuning patterns

选用二次谐波是因为根据文献[29]可知,失谐后叶轮的固有频率主要受到二倍于其节径的谐波次数影响,当主动失谐为二次谐波时,叶轮的一节径固有频率受到失谐的主要影响,而一节径固有频率正好被一引擎阶次所激励,故二次谐波的主动失谐模式对叶轮影响更大而被选用。此外,主动失谐的失谐量级都设定为5%。

对于每个主动失谐模式,使用三个不同水平的加速激励和一个稳态激励。对于每个激励,在1%随机失谐的情况下,进行了100次快速MCS,研究了不同瞬态加速激励下的敏感度。从而获得瞬态激励下失谐放大因子的概率密度分布结果如图7所示。

比较不同加速情况下的无主动失谐(如图3)和分别采用四种典型主动失谐(如图7)下的失谐放大因子的概率密度分布,可以得到以下一些结论:①对于二次谐波主动失谐模式,可以发现,不同加速激励情况下,失谐放大因子的分布较为相近,且分布的均值随着 μ 值的减少而缓慢增加,分布的标准差亦随着 μ 值的减少而缓慢增加,相比无主动失谐下的分布,可以发现,采用二次谐波主动失谐模式可以有效地降低瞬态激励下对随机小失谐的敏感度。②对于交替主动失谐模式,不同加速激励下,失谐放大因子分布的标准差相近,而均值随 μ 值减小而近似等距增加,此外,相比于无主动失谐的失谐放大因子分布情况,可以发现,在快加速情况下(μ 值较小时),采用交替主动失谐可以提高叶轮对随机失谐的鲁棒性,且加速度越大,交替主动失谐的鲁棒性越好。③对于线性主动失谐模式,可以发现,不同加速度激励情况下的叶轮对随机小失谐的鲁棒性均大幅度提升,此外,

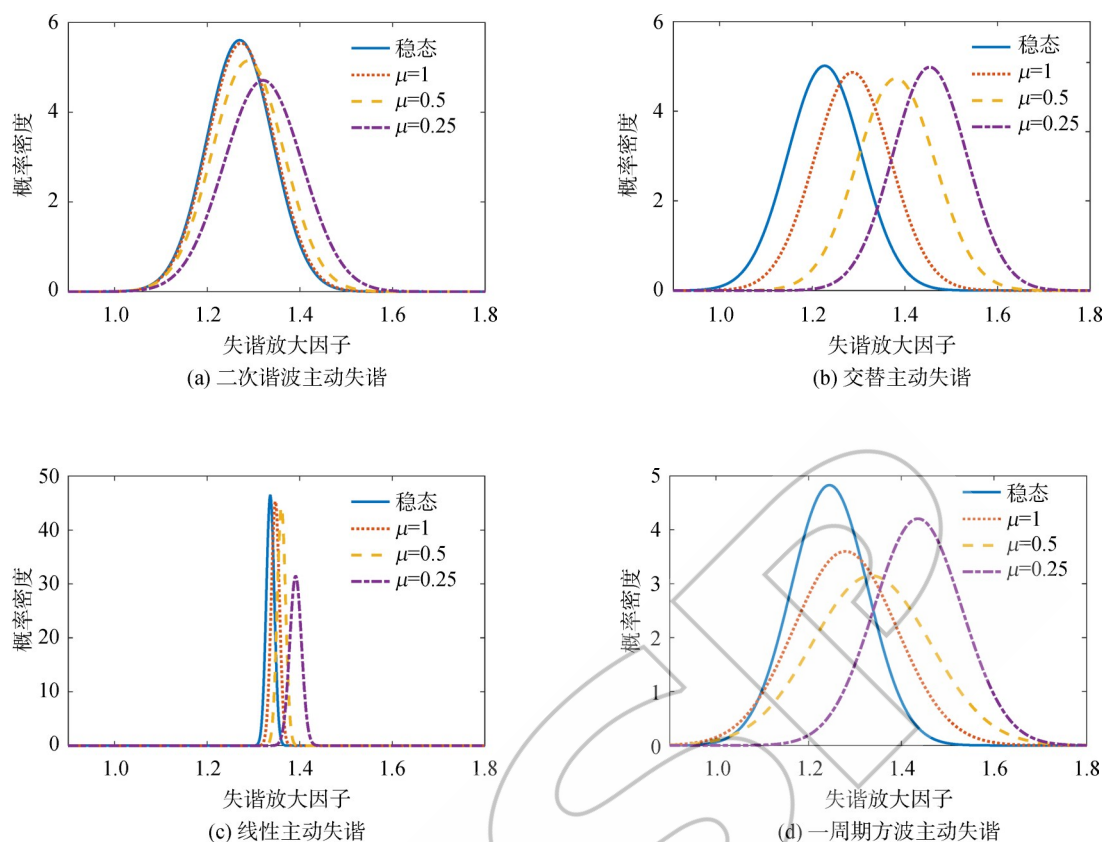


图7 不同加速激励下采用5%量级主动失谐时受到1%量级随机失谐影响的失谐放大因子概率密度曲线

Fig.7 Probability density curves of mistuning amplification factor affected by 1% level of random mistuning when 5% level of intentional mistuning is used under different accelerating excitations

在快加速情况下(μ 值较小时)失谐放大因子的均值仍然是所有加速激励中最大的。④对于一周期方波主动失谐模式,其相比于无主动失谐时的分布几乎没有变化,从而使用该主动失谐对本节研究的失谐叶轮敏感度没有影响。

总而言之,四种不同的典型主动失谐模式对瞬态叶轮振动的鲁棒性具有不同的影响,不同瞬态加速激励下的同一种主动失谐具有不同的影响,且与稳态激励具有不同的影响。

2.3 失谐叶轮瞬态振动的主动失谐智能优化

从文中第2.2节四种典型主动失谐对叶轮瞬态振动的鲁棒性分析可知,采用不同的主动失谐模式,以及不同的加速激励,对叶轮在随机小失谐时的敏感度均不同。为了获得一种在瞬态激励下的最优失谐模式,需要采用智能优化算法进行主动失谐模式的选取,从而获得最优的主动失谐模式,可以在瞬态加速减速激励下具有最优的抑振效果及好的鲁棒性。

智能优化采用遗传算法,相比于传统优化算法,遗传算法可以适用于灰箱甚至黑箱问题,且搜

索过程通过适应度函数进行启发,具有过程简单以及收敛性强等优点。其基本原理基于自然界中种群“适者生存”、“优胜劣汰”的自然选择原则,通过一代代的种群遗传、编译、交叉等自然遗传机制,进化出其适应度达到最优的种群。

本节基于遗传算法的主动失谐智能优化流程如图8所示。通过随机选取初始种群,种群中个体即为需要优化的主动失谐模式,接下来计算每个个体的适应度函数,然后选择其中适应度较好的个体(即主动失谐模式),遗传到下一代,同时在遗传中进行交叉和变异的改变(即改变主动失谐模式中的部分值),从而形成新一代种群,再进行适应度计算,直至满足迭代设置,从而得到最满足适应度函数的个体,即最优的主动失谐模式。

其中在计算个体适应度时,针对每个个体(即每种主动失谐模式),需要分析每种主动失谐和瞬态加速激励、以及附加小量级随机失谐后叶轮的失谐放大因子,因为小量级失谐的随机性,需要采用MCS分析一系列随机小失谐的影响,从而获得一系列失谐放大因子,为简化分析,取失谐放大因

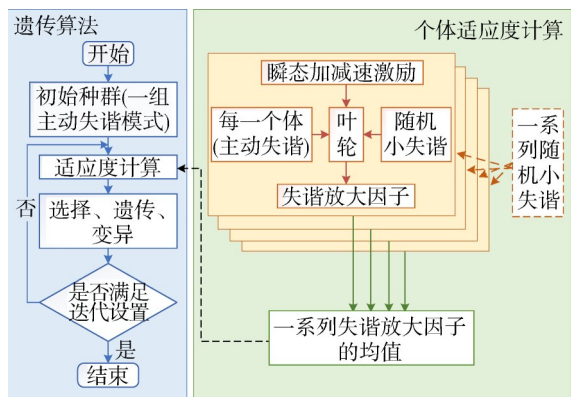


图 8 基于遗传算法的主动失谐智能优化流程图

Fig.8 Flowchart of intentional mistuning optimization based on intelligent genetic algorithm

子的均值作为个体的适应度。从而优化得到的最优主动失谐叶轮在受到随机失谐影响时,其失谐放大因子的均值最小。

针对文中第 1 节中提出的叶轮模型,采用图 8 所示的流程进行主动失谐模式的智能优化,从而可以得到如下的优化模型表达式:

$$\begin{aligned} \min_{\Delta\omega} f(\Delta\omega) \\ \text{s.t.} \quad \begin{cases} \text{mean}(\Delta\omega) = 0 \\ \text{std}(\Delta\omega) = 5\% \end{cases} \end{aligned} \quad (16)$$

其中失谐综合反映在文中第 1 节提出的扇区频率变化上, $\Delta\omega$ 为 N 维的叶片主动频率失谐的列向量, f 表示适应度函数, 为通过 100 次 MCS 计算叶轮在瞬态加速激励下(对应特征参数为 0.5 时)、同时受到主动失谐和随机小失谐时(其频率失谐量级为 0.5%)的失谐放大因子均值, 优化失谐变量使得该均值最小。此外, 优化的失谐变量需要满足均值为零、标准差为 5% 的约束条件限制。

通过选用 Matlab 软件中优化工具箱的遗传算法, 结合额外的编程计算, 可以进行基于遗传算法的主动失谐优化。其结果如图 9 所示。从失谐的最优模式可以看出, 只有第一个叶片失谐量最大且唯一为正, 其他四个叶片的失谐量均为负数。采用遗传算法的优化效率比较快, 即只需要通过 5 代的优化过程即可完成优化, 达到一个最优结果。

采用该最优主动失谐模式后, 在对应加速激励下的失谐放大倍数对随机小失谐的概率密度分布如图 10 所示。

从图 10 可以分析得出, 原来调谐系统的失谐放大因子为 1, 其受到小量级随机失谐后失谐放大因子的 99.74% 置信概率区间为 [0.875 7,

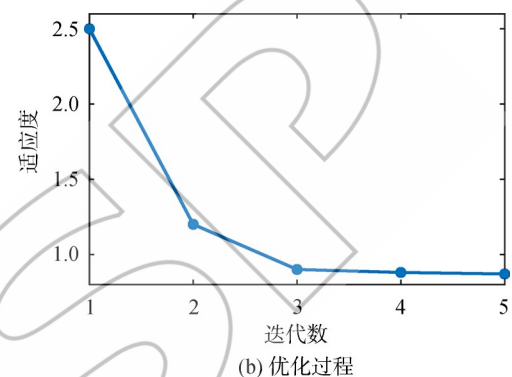
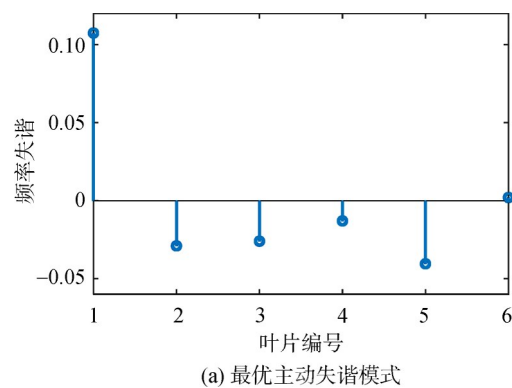


图 9 主动失谐智能优化结果

Fig.9 Intelligent optimization result of the intentional mistuning

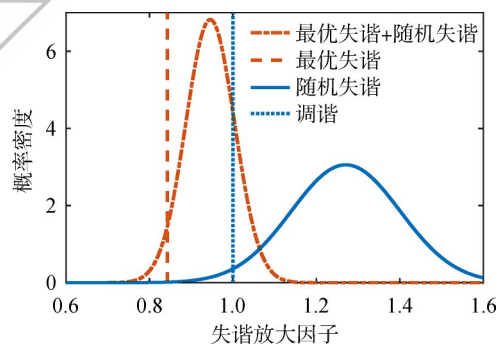


图 10 最优主动失谐前后的失谐放大因子对随机失谐的概率密度分布图

Fig.10 Probability density distribution of mistuning amplification factor before and after the optimal intentional mistuning

1.665 3], 而采用最优失谐后, 若没有受到随机失谐的影响, 其失谐放大因子为 0.841 5, 即最优主动失谐叶轮的最大振幅小于调谐叶轮的最大振幅。即使是主动失谐受到随机小失谐的影响, 其 99.74% 置信概率区间为 [0.770 2, 1.121 2], 分布的均值为 0.945 7 仍小于调谐状态, 分布的标准差

从无主动失谐的0.395 4减小到0.058 5,鲁棒性大幅提升。所以优化得到的最优主动失谐能有效地抑制瞬态加速激励下的振动,并具有良好的鲁棒性。

3 结 论

1) 针对叶轮瞬态振动对随机失谐比较敏感的问题,本论文提出了基于主动失谐优化的叶轮瞬态加减速振动抑制方法。通过降阶模型大幅降低后续MCS的计算量,从而对表征失谐叶轮瞬态加减速强迫振动的失谐放大因子进行了不同失谐量级的敏感度分析,并应用了传统的四种典型主动失谐模式,分析了其在瞬态加减速激励时对随机失谐的敏感度,最后基于智能遗传算法获得了瞬态失谐放大因子的最优主动失谐模式。

2) 从瞬态强迫振动的敏感度分析结果可知,对于本论文采用的叶轮模型,其失谐放大因子在大多数瞬态激励下受到随机小失谐的影响大于在稳态激励下受到的影响,且失谐放大因子分布的均值及标准差均在小 μ 值($\mu=0.25$)、小失谐量级(1%~2%)时达到峰值,说明该叶轮模型在快加速激励时对小量级的失谐十分敏感。智能优化后的最优主动失谐模式受到1%随机失谐后失谐放大因子的均值及标准差相比于无主动失谐时的1.270 5和0.395 4降低到0.945 7和0.058 5,分别降低了25.6%和85.2%,所以优化得到的最优主动失谐能有效地抑制瞬态加减速激励的强迫振动,并具有良好的鲁棒性。

参考文献:

- [1] 王建军,李其汉.航空发动机失谐叶盘振动减缩模型与应用[M].北京:国防工业出版社,2009.
- [2] PETROV E P.Reduction of forced response levels for bladed disks by mistuning:overview of the phenomenon[J].Journal of Engineering for Gas Turbines and Power,2011,133(7):072501.1-072501.10.
- [3] WHITEHEAD D S.The maximum factor by which forced vibration of blades can increase due to mistuning[J].Journal of Engineering for Gas Turbines and Power,1998,120(1):115-119.
- [4] CASTANIER M P,PIERRE C.Modeling and analysis of mistuned bladed disk vibration:current status and emerging directions[J].Journal of Propulsion and Power,2006,22(2):384-396.
- [5] PETROV E P,SANLITURK K Y,EWINS D J.A new method for dynamic analysis of mistuned bladed disks based on the exact relationship between tuned and mistuned systems[J].Journal of Engineering for Gas Turbines and Power,2002,124(3):586-597.
- [6] BLADH R,PIERRE C,CASTANIER M P,et al.Dynamic response predictions for a mistuned industrial turbomachinery rotor using reduced-order modeling[J].Journal of Engineering for Gas Turbines and Power,2002,124(2):311-324.
- [7] PETROV E,MARE L D,HENNINGS H,et al.Forced response of mistuned bladed disks in gas flow:A comparative study of predictions and full-scale experimental results[J].Journal of Engineering for Gas Turbines and Power,2010,132(5):052504.1-052504.10.
- [8] RIVAS-GUERRA A J,MIGNOLET M P.Maximum amplification of blade response due to mistuning:localization and mode shape aspects of the worst disks[J].Journal of Turbomachinery,2003,125(3):442-454.
- [9] BONHAGE M,POHLE L,SCHIEDT P L,et al.Transient amplitude amplification of mistuned blisks[J].Journal of Engineering for Gas Turbines and Power,2015,137(11):112502.1-112502.8.
- [10] BONHAGE M,ADLER J T,KOLHOFF C,et al.Transient amplitude amplification of mistuned structures:An experimental validation[J].Journal of Sound and Vibration,2018,436:236-252.
- [11] SIEWERT C,STÜER H.Transient forced response analysis of mistuned steam turbine blades during startup and coast-down[J].Journal of Engineering for Gas Turbines and Power,2017,139(1):012501.1-012501.10.
- [12] OUYANG Luohui,SHANG Hai,CHEN Hua,et al.the mechanism on prediction of transient maximum amplitude for tuned and mistuned blisks[J].Journal of Engineering for Gas Turbines and Power,2020,142(5):051013.1-051013.11.
- [13] ZHAO Pengfei,ZHANG Qiang,WU Jun,et al.Experimental study of dynamic characteristics of dry friction damping of turbine blade steel[J].Advanced Materials Research,2013,690:1979-1982.
- [14] ZHANG Dayi,FU Jianwei,ZHANG Qicheng,et al.An effective numerical method for calculating nonlinear dynamics of structures with dry friction:application to predict the vibration response of blades with underplatform dampers[J].Nonlinear Dynamics,2016,88(1):223-237.
- [15] YU Hongbiao,WANG K W.Vibration suppression of mistuned coupled-blade-disk systems using piezoelectric circuitry network[J].Journal of Vibration and Acoustics,2009,131(2):57-68.
- [16] MIN J B,DUFFY K P,CHOI B B,et al.Numerical modeling methodology and experimental study for piezoelectric vibration damping control of rotating composite fan blades[J].Computers and Structures,2013,128:230-242.
- [17] PETROV E P.Reduction of forced response levels for bladed discs by mistuning:overview of the phenomenon[C]//Proceedings of ASME Turbo Expo:Power for Land, Sea, and Air.Glasgow,UK:ASME,2010:1039-1051.
- [18] MIGNOLET M P,HU W,JADIC I.On the forced response

- of harmonically and partially mistuned bladed disks: Part I harmonic mistuning[J]. International Journal of Rotating Machinery, 2000, 6(1):29-41.
- [19] GRIFFIN J H, HOOSAC T M. Model development and statistical investigation of turbine blade mistuning[J]. Journal of Vibration and Acoustics, 1984, 106(2):204-210.
- [20] BROWN J, BEACHKOFSKI B, BRAISTED W. A phenomenological investigation of sequence effects on mistuned rotor response[C]//Proceedings of the 36th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit. Las Vegas, US:AIAA, 2000:3102.1-3102.8.
- [21] RZADKOWSKI R. The general model of free vibrations of mistuned bladed discs: Part I theory[J]. Journal of Sound and Vibration, 1994, 173(3):377-393.
- [22] RZADKOWSKI R. The general model of free vibrations of mistuned bladed discs: Part II numerical results[J]. Journal of Sound and Vibration, 1994, 173(3):395-413.
- [23] PETROV E P, EWINS D J. Analysis of the worst mistuning patterns in bladed disk assemblies[J]. Journal of Turbomachinery, 2003, 125(4):623-631.
- [24] CASTANIER M P, PIERRE C. Using intentional mistuning in the design of turbomachinery rotors[J]. AIAA Journal, 2012, 40(10):2077-2086.
- [25] CASTANIER M P, PIERRE C. Investigation of the combined effects of intentional and random mistuning on the forced response of bladed disks[C]//Proceedings of AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit. Cleveland, US:AIAA, 2013:858-864.
- [26] YANG M, GRIFFIN J H. A reduced-order model of mistuning using a subset of nominal system modes[J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 1999, 123(4):893-900.
- [27] FEINER D M, GRIFFIN J H. A fundamental model of mistuning for a single family of modes[J]. Journal of Turbomachinery, 2002, 124(4):597-605.
- [28] LEE I, CHUNG C, SHIN S J, et al. Flutter and forced response analysis of an intentionally mistuned bladed disk[C]//Proceedings of the 48th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference. Honolulu, US:AIAA, 2007:2193.1-2193.13.
- [29] KENYON J A, GRIFFIN J H. Forced response of turbine engine bladed disks and sensitivity to harmonic mistuning[J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2003, 125(1):113-120.

(编辑:张 雪)